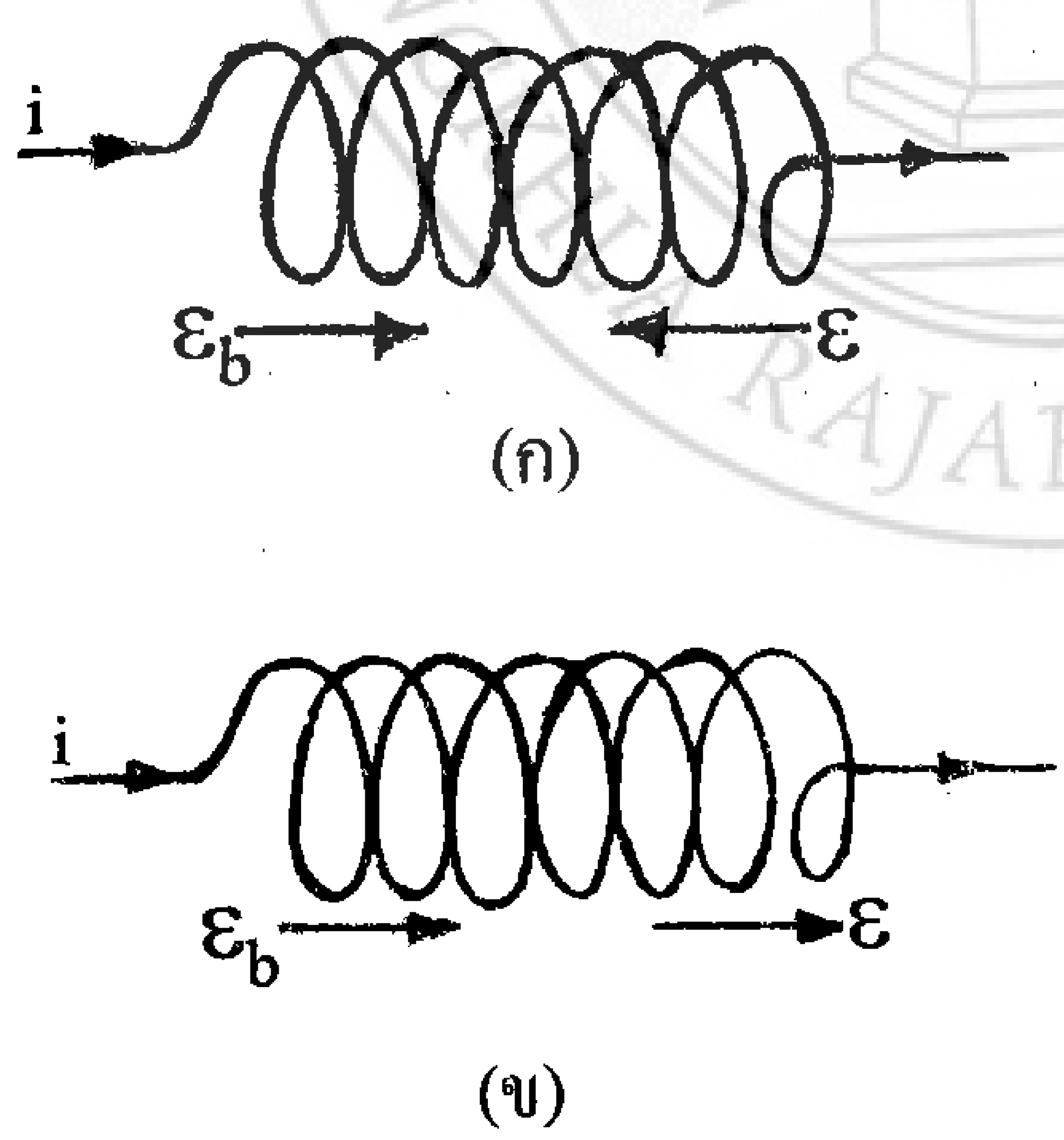
10

ความเหนี่ยวนำและการแกว่งกวัดทางไฟฟ้า

ความเหนี่ยวนำ (inductance) เป็นคุณสมบัติของส่วนวงจร ซึ่งเป็นผลมาจากการเหนี่ยวนำแม่เหล็กไฟฟ้า ความเหนี่ยวนำช่วยให้อธิบายแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำในวงจรในรูปอนุพันธ์ของกระแสไฟฟ้าเทียบกับเวลา บทนี้จะว่าด้วยการต่อตัวเหนี่ยวนำกับวงจร เริ่มด้วยการต่อกับตัวต้านทานในวงจร LR และต่อกับตัวเก็บประจุในวงจร LC ของตัวแกว่งกวัด (oscillator) และตอนท้ายจะว่าด้วยความเหนี่ยวนำร่วม (mutual inductance)

10.1 ความเหนี่ยวนำตัวเอง

พิจารณารูปที่ 10.1 มีกระแสไฟฟ้า i เนื่องจากแรงเคลื่อนไฟฟ้า ε_b จากแบตเตอรีผ่านขดลวด ถ้าหากกระแสไฟฟ้าเปลี่ยนแปลงในทางเพิ่มขึ้น (เช่น ทันทีที่ปิดสวิตช์) หรือ di/dt เป็นบวก ฟลักซ์แม่เหล็กที่เกิดจากกระแสไฟฟ้า i บริเวณภายในขดลวดจะเปลี่ยนแปลงในอัตราเพิ่มขึ้นด้วย ตามกฎการเหนี่ยวนำแม่เหล็กไฟฟ้าของฟาราเดย์ จะเกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ ε



รูปที่ 10.1

(ก) กระแสไฟฟ้า i เพิ่มขึ้น แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำอยู่ทิศทางตรงกันข้ามกับทิศของแรงเคลื่อนไฟฟ้าจากแบตเตอรี (ข) กระแสไฟฟ้า i ลดลง แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำจะอยู่ในทิศเดียวกับทิศของแรงเคลื่อนไฟฟ้าจากแบตเตอรี

มีทิศทางตรงกันข้ามกับแรงเคลื่อนไฟฟ้าจากแบตเตอรี ε_b รูปที่ 1.10 (ก) แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำดังกล่าวบางทีเรียกว่า แรงเคลื่อนไฟฟ้ากลับ (back emf) ในทางตรงกันข้ามถ้ากระแส

ไฟฟ้า i ในขดลวดลดลง (เช่น ทันทีที่เปิดสวิตช์) หรือ $di/dt < 0$ แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ $\mathcal{E}$ จะอยู่ในทิศเดียวกับแรงเคลื่อนไฟฟ้า $\mathcal{E}_b$ ดังรูปที่ 10.1 (ข) ขดลวดจะพยายามต้านไม่ให้กระแสไฟฟ้าที่ผ่านเปลี่ยนแปลงไปจากเดิม กระแสไฟฟ้าคงที่ขนาดมากเท่าใดก็ตามเมื่อผ่านขดลวดจะไม่ทำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ

ปรากฏการณ์นี้ เรียกว่า **การเหนี่ยวนำตัวเอง** (self-induction) การเหนี่ยวนำตัวเองขึ้นกับการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์แม่เหล็ก กรณีที่ตัวนำอยู่กับที่จะขึ้นกับการเปลี่ยนแปลงของกระแสไฟฟ้า การเหนี่ยวนำตัวเองเกิดขึ้นกับทุกวงจรไฟฟ้าและไม่ได้เกิดขึ้นเฉพาะกับขดลวดที่มีหลายรอบ ทุกวงจรไฟฟ้าที่มีกระแสไฟฟ้าจะมีวงกระแสอยู่อย่างน้อย 1 วง เมื่อมีกระแสไม่คงที่ ฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านวงกระแสนั้นจะเปลี่ยนแปลง ทำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำขึ้นมา ตัวอย่างเช่น เมื่อเราปิดสวิตช์ในวงจรอย่างง่ายที่ต่อกับแบตเตอรีและตัวต้านทาน กระแสไฟฟ้าไม่ได้เพิ่มขึ้นอย่างทันทีทันใดจากค่าศูนย์เป็นค่าสูงสุด $\mathcal{E}/R$ ฟลักซ์แม่เหล็กจึงเปลี่ยนแปลงเกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำขึ้นมาเสมอ แม้จะมีค่าเพียงเล็กน้อยก็ตาม

กลอุปกรณ์ที่แสดงผลการเหนี่ยวนำตัวเองได้ เช่น ขดลวด เรียกว่า ตัวเหนี่ยวนำ (inductor) สัญลักษณ์ตัวเหนี่ยวนำในวงจร คือ ข้อเปรียบเทียบระหว่างคุณสมบัติของตัวเก็บประจุและตัวเหนี่ยวนำคือ

- ตัวเก็บประจุ
  - แยกสะสมประจุชนิดตรงกันข้าม
  - สะสมพลังงานศักย์ไว้กับการแยกประจุ หรือกล่าวว่าตัวเก็บประจุสะสมพลังงานในรูปของสนามไฟฟ้าในบริเวณระหว่างแผ่นประจุที่มีประจุชนิดตรงกันข้าม
- ตัวเหนี่ยวนำ
  - กระทำตัวเพื่อให้กระแสไฟฟ้าที่ผ่านคงที่
  - สะสมพลังงานให้กับประจุที่เคลื่อนที่ หรือกล่าวว่าตัวเหนี่ยวนำสะสมพลังงานในรูปของสนามแม่เหล็กในบริเวณที่ล้อมรอบด้วยตัวนำ ขณะที่มีกระแสไฟฟ้าผ่านตัวนำ

ตัวเหนี่ยวนำมีคุณสมบัติเฉพาะ เรียกว่า ความเหนี่ยวนำตัวเอง (self inductance) L เรียกสั้น ๆ ว่า ความเหนี่ยวนำ เราทราบว่าขนาดของสนามแม่เหล็ก B ที่เกิดจากส่วนของกระแสไฟฟ้าที่จุดใด ๆ ในอวกาศ แปรตรงกับขนาดของกระแสไฟฟ้า i (กฎของแอมแปร์) และทราบว่าฟลักซ์แม่เหล็ก $\varnothing_B$ แปรตรงกับสนามแม่เหล็ก B ดังนั้น ฟลักซ์แม่เหล็กจึงแปรตรงกับกระแสไฟฟ้า i ด้วย ($\varnothing_B \propto i$) สำหรับตัวเหนี่ยวนำที่เป็นขดลวดมีจำนวนรอบ N รอบที่เหมือนกันจะได้ว่า

$$N\varnothing_B = Li$$

$$L = \frac{N\varnothing_B}{i} \qquad \text{..........} \quad (10\text{-}1)$$

เมื่อ $\varnothing_B$ เป็นฟลักซ์แม่เหล็กที่เกิดจากรอบของตัวเหนี่ยวนำ 1 รอบ และความเหนี่ยวนำ L เป็นค่าคงที่ขึ้นกับขนาดและรูปร่างของตัวเหนี่ยวนำ $N\varnothing_B$ เป็นฟลักซ์ลิงค์เกจ

จากกฎการเหนี่ยวนำของฟาราเดย์ ตามสมการ (9-2) คือ

$$\varepsilon = -\frac{d}{dt}(N\varnothing_B)$$

แทนความสัมพันธ์นี้ในสมการ (10-1) จะได้แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ ซึ่งอาจเรียกว่า แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำตัวเอง (self-induced emf) หรือ แรงเคลื่อนไฟฟ้ากลับ เป็น

$$\varepsilon = -L\frac{di}{dt} \qquad \text{..........} \quad (10\text{-}2)$$

ตามสมการ (10-2) จะได้ค่าความเหนี่ยวนำ L ในอีกรูปหนึ่งที่ต่างไปจากสมการ (10-1)

$$L = -\frac{\varepsilon}{di/dt} \qquad \text{..........} \quad (10\text{-}3)$$

สมการ (10-1) เป็นนิยามความเหนี่ยวนำในเทอมของฟลักซ์แม่เหล็กและกระแสไฟฟ้า ความสัมพันธ์นี้ใช้ประโยชน์มากในการคำนวณหาความเหนี่ยวนำตัวเองของตัวเหนี่ยวนำที่มีลักษณะเฉพาะ สมการ (10-3) เป็นการนิยามความเหนี่ยวนำในเทอมของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ ซึ่งเกิดจากการเปลี่ยนแปลงของกระแสไฟฟ้า ความสัมพันธ์นี้ใช้ประโยชน์ในการอธิบายคุณสมบัติของตัวเหนี่ยวนำในวงจรไฟฟ้า หรือการทดลองวัดค่าความเหนี่ยวนำ

ความเหนี่ยวนำ มีหน่วยเป็น เฮนรี (henry , H) ตามสมการ (10-3) ความเหนี่ยวนำ 1 เฮนรีเท่ากับ 1 โวลต์-วินาทีต่อแอมแปร์

$$1\,H = 1\,\frac{V.s}{A}$$

ตัวเหนี่ยวนำที่ไม่มีแกน (มีแกนเป็นอากาศ) ขนาดกลางในห้องปฏิบัติการโดยทั่วไป จะมีขนาดอยู่ในระดับมิลลิเฮนรี (mH) ถ้ามีแกนเป็นสารแม่เหล็กความเหนี่ยวนำจะเพิ่มขึ้นเป็นหลายเฮนรี

และเราจะพบว่าความเหนี่ยวนำของอุปกรณ์ขึ้นกับรูปร่างเรขาคณิตของมัน อุปกรณ์ที่มีความซับซ้อนจะมีความยุ่งยากในการคำนวณหาความเหนี่ยวนำ

ตัวอย่างที่ 10.1 ให้หาความเหนี่ยวนำของขดโซลินอยด์แกนอากาศโตสม่ำเสมอ มีจำนวนรอบ N รอบ ยาว ℓ สมมติว่า ℓ ยาวมากเทียบกับรัศมีของขดโซลินอยด์

วิธีทำ กรณีนี้บริเวณภายในของโซลินอยด์จะเกิดสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอมีขนาดเป็นไปตามสมการ (8-12) คือ

$$B = \mu_0 ni = \mu_0 \frac{N}{\ell} i$$

เมื่อ $n = N/\ell$ เป็นจำนวนรอบต่อหน่วยความยาว ฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านแต่ละรอบ คือ

$$\varnothing_B = BA = \mu_0 \frac{NA}{\ell} i$$

เมื่อ A เป็นพื้นที่หน้าตัดของขดโซลินอยด์ แทนความสัมพันธ์นี้ในสมการ (10-1) จะได้ ความเหนี่ยวนำของขดโซลินอยด์ เป็น

$$L = \frac{N\varnothing_B}{i} = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} A$$

ซึ่งจะเห็นว่าความเหนี่ยวนำ L ขึ้นกับองค์ประกอบเรขาคณิต และแปรตรงกับกำลังสองของจำนวนรอบ หากแทนจำนวนรอบ $N = n\ell$ ความสัมพันธ์ข้างบนจะเป็น

$$L = \mu_0 \frac{(n\ell)^2}{\ell} A = \mu_0 n^2 A\ell$$

เมื่อ $A\ell$ เป็นปริมาตรของโซลินอยด์

ตัวอย่างที่ 10.2 ขดลวดทุกขดจะมีทั้งความเหนี่ยวนำและความต้านทาน เมื่อมีกระแสไฟฟ้า 0.50 A ผ่านขดลวดหนึ่งและเพิ่มขึ้นในอัตรา 100 A/s ความต่างศักย์คร่อมขดลวดเป็น 6.0 V เมื่อมีกระแสไฟฟ้าผ่านขดลวดอีกครั้งเป็น 0.50 A ในทิศเดิม แต่ลดลงในอัตรา 100 A/s ความต่างศักย์คร่อมขดลวดเป็น 4.0 V ให้หาความเหนี่ยวนำ L และความต้านทาน R ของขดลวด

วิธีทำ ตามเงื่อนไขที่กำหนดจะแทนได้ด้วยความสัมพันธ์

เงื่อนไขแรก $$V_1 = iR + L\frac{di}{dt}$$

เงื่อนไขหลัง $$V_2 = iR - L\frac{di}{dt}$$

ความต่างศักย์ V_1 จะมากกว่า V_2 และจะได้ว่า

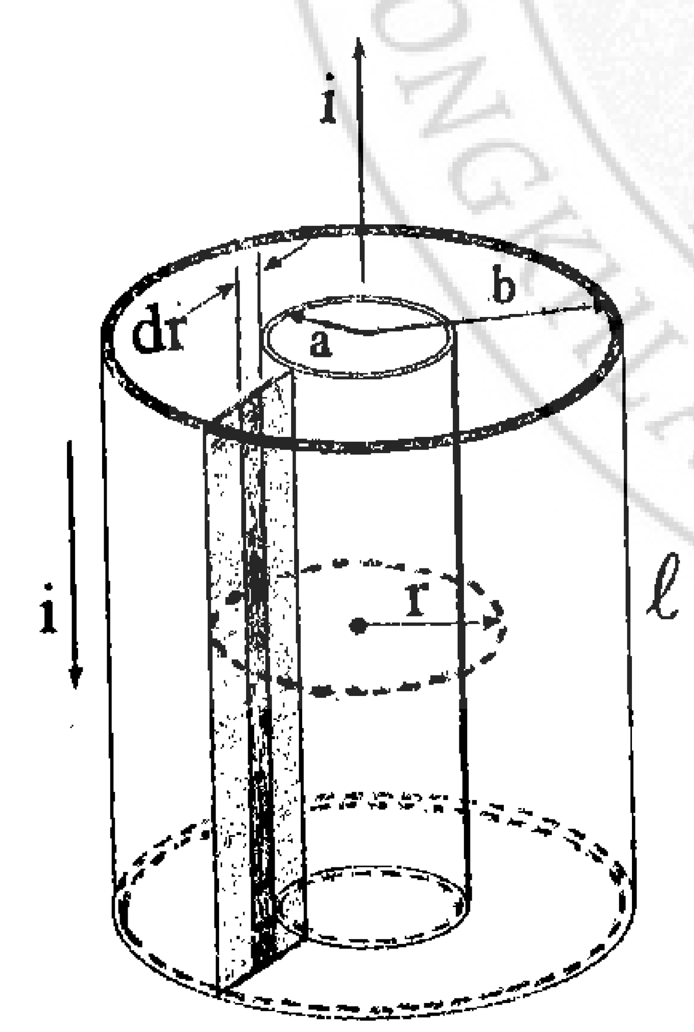
$$V_1 + V_2 = 2iR$$

$$R = \frac{V_1 + V_2}{2i} = \frac{(6.0 + 4.0)V}{2(0.50A)} = 10\ \Omega$$

และจะได้ว่า $$V_1 - V_2 = 2L\frac{di}{dt}$$

$$L = \frac{V_1 - V_2}{2\,di/dt} = \frac{(6.0 - 4.0)V}{2\,(100\ A.s^{-1})} = 10\ mH$$

ตัวอย่างที่ 10.3 ให้หาค่าความเหนี่ยวนำตัวเองของสายเคเบิลแกนร่วม (coaxial cable) ซึ่งประกอบด้วยตัวนำทรงกระบอกมีแกนร่วมกัน 2 อัน รัศมี a และ b ยาว ℓ ดังรูปที่ 10.2 ตัวนำอันในกลวงและแต่ละตัวนำมีกระแสไฟฟ้า i ผ่านในทิศสวนกัน ให้หาความเหนี่ยวนำของสายเคเบิล (บริเวณระหว่างทรงกระบอกเป็นอากาศ)



รูปที่ 10.2

วิธีทำ โดยใช้กฎของแอมแปร์และเลือกวงปิดเป็นวงกลมรัศมี r พิจารณาได้ว่าบริเวณภายนอกสายเคเบิล ($r > b$) สนามแม่เหล็กเป็นศูนย์ เพราะกระแสสุทธิที่ผ่านวงปิดเป็นศูนย์ ($\Sigma i = i - i = 0$) บริเวณภายในทรงกระบอกอันใน ($r < a$) สนามแม่เหล็กเป็นศูนย์เช่นกัน เพราะไม่มีกระแสผ่าน

บริเวณระหว่างทรงกระบอก ($a < r < b$) ตามกฎของแอมแปร์ หาขนาดสนามแม่เหล็ก B ได้จาก

$$\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{l} = \mu_0 i$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

สนามแม่เหล็ก **B** จะตั้งฉากกับแผ่นพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว ℓ กว้าง b - a (พื้นที่แรเงาตามรูปที่ 10.2) แบ่งพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นส่วนเล็ก ๆ แต่ละส่วนกว้าง dr และมีพื้นที่ ℓdr ดังนั้น ฟลักซ์ที่ผ่านพื้นที่ส่วนเล็ก ๆ คือ

$$d\varnothing_B = \int \mathbf{B}\cdot d\mathbf{A} = B\ell dr$$

ฟลักซ์แม่เหล็กทั้งหมดที่ผ่านพื้นที่หน้าตัดของพื้นที่ระหว่างทรงกระบอก คือ

$$\varnothing_B = \int B\ell dr = \int_a^b \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\ell dr = \frac{\mu_0 i\ell}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

ความเหนี่ยวนำตัวเองของสายเคเบิลจึงเป็น

$$L = \frac{\varnothing_B}{i} = \frac{\mu_0 \ell}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

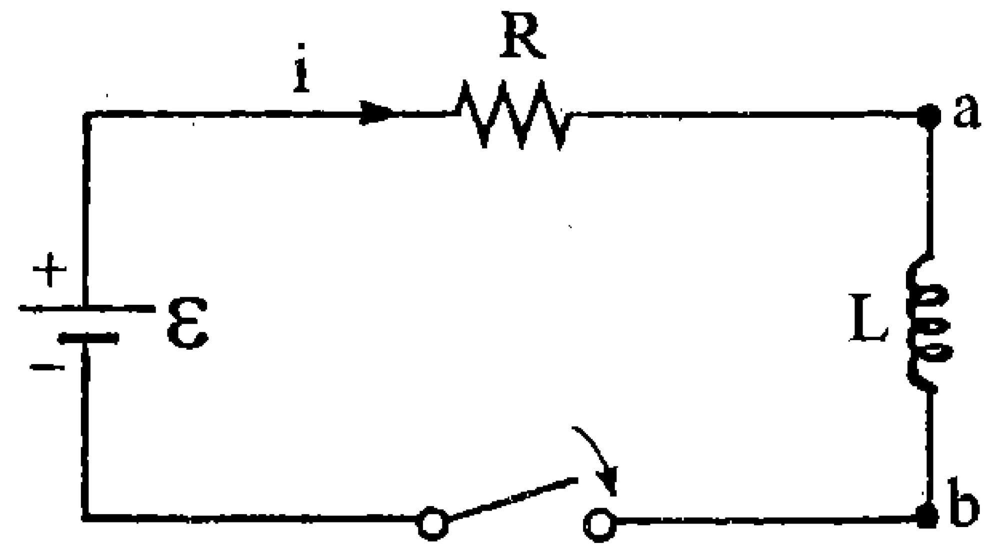
และจะได้ความเหนี่ยวนำต่อหน่วยความยาวเป็น

$$\frac{L}{\ell} = \frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

10.2 วงจร LR

เมื่อตัวเก็บประจุ C ที่ได้รับการประจุต่อคร่อมกับตัวต้านทาน R ประจุที่อยู่บนแผ่นเพลทไม่ได้ลดลงเป็นศูนย์ในทันที ประจุ Q จะลดลงแบบเอกซ์โพเนนเชียลขึ้นกับค่าคงที่เวลา RC ซึ่งเป็นเวลาที่ทำให้ประจุลดลงเป็น 1/e จากค่าเริ่มต้น (หัวข้อ 5.5) คุณสมบัติแบบเดียวกันนี้จะเกิดขึ้นกับวงจรที่มีตัวเหนี่ยวนำต่อกับตัวต้านทาน เมื่อกระแสไฟฟ้าที่ผ่านตัวเหนี่ยวนำเปลี่ยนแปลงตัวเหนี่ยวนำจะสร้างความเฉื่อยขึ้นมา เพื่อต้านการเปลี่ยนแปลงของกระแสไฟฟ้าเสมอ

พิจารณาวงจรตามรูปที่ 10.3 มีตัวเหนี่ยวนำ L และตัวต้านทาน R ต่ออนุกรมด้วยสวิตซ์



รูปที่ 10.3

วงจรอนุกรม LR เมื่อปิดสวิตซ์กระแสไฟฟ้าจะเพิ่มเข้าสู่ค่าสูงสุด ตัวเหนี่ยวนำจะสร้างแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำขึ้นต้านการเพิ่มของกระแสไฟฟ้า

และแบตเตอรีที่มีแรงเคลื่อนไฟฟ้า ε (ไม่คิดความต้านทานของแบตเตอรี) สมมติว่าปิดสวิตซ์ที่เวลา $t = 0$ กระแสไฟฟ้าจะเริ่มต้นเพิ่มขึ้น ระหว่างการเพิ่มขึ้นของกระแสไฟฟ้าตัวเหนี่ยวนำจะสร้างแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำขึ้นต้านการเพิ่มของกระแสไฟฟ้า หรือกล่าวได้ว่าตัวเหนี่ยวนำทำตัวเป็นแบตเตอรีต่อกลับขั้วกับแบตเตอรีของวงจร แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำของตัวเหนี่ยวนำ คือ

$$\varepsilon_L = -L\frac{di}{dt}$$

เนื่องจากกระแสเพิ่ม di/dt เป็นบวก ดังนั้น ε_L จึงเป็นลบ ซึ่งจะสอดคล้องกับความจริงที่ว่ามีศักย์ไฟฟ้าลดจาก a ไป b คร่อมตัวเหนี่ยวนำ ตามเหตุผลนี้ตามรูปที่ 10.3 จุด a จะมีศักย์สูงกว่าจุด b

โดยความคิดนี้ เราสามารถใช้หลักวงกระแสของคีร์ชฮอฟฟ์ติดตามวงกระแสตามเข็มนาฬิกาจะได้ว่า

$$\varepsilon - iR - L\frac{di}{dt} = 0 \qquad \text{..........} \quad (10\text{-}4)$$

เมื่อ iR เป็นศักย์ไฟฟ้าลดคร่อมความต้านทาน คำตอบของสมการดิฟเฟอะเรนเชียลข้างบนหาได้ดังนี้ ให้ $x = (\varepsilon/R) - i$ ดังนั้น $dx = -di$ แทน x และ dx ในสมการ (10-4) ได้

$$x + \frac{L}{R}\frac{dx}{dt} = 0$$

$$\frac{dx}{x} = -\frac{R}{L}\,dt$$

อินทิเกรตความสัมพันธ์ข้างบนจะได้

$$\ln \frac{x}{x_0} = -\frac{R}{L} t$$

เมื่อ $-\ln x_0$ เป็นค่าคงที่ของการอินทิเกรต ภายใต้เงื่อนไข $t = 0$, $x = x_0$ และได้

$$x = x_0 e^{-Rt/L}$$

ที่เวลาเริ่มต้น $t = 0$ กระแสไฟฟ้าเป็นศูนย์ และ $x_0 = \mathcal{E}/R$ ความสัมพันธ์ข้างบนจึงเป็น

$$\frac{\mathcal{E}}{R} - i = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-Rt/L}$$

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-Rt/L})$$

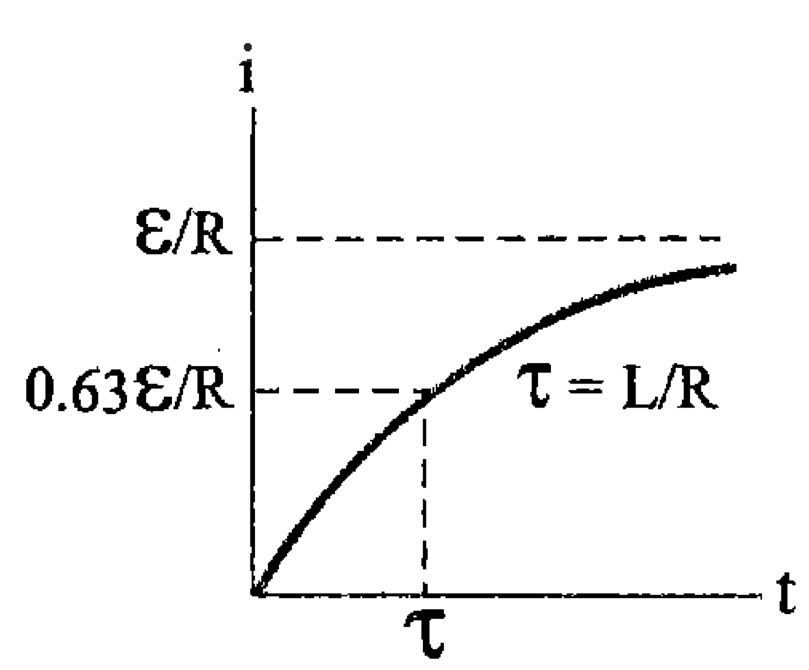
ซึ่งเป็นคำตอบของสมการ (10-4) แทนกระแสไฟฟ้าในวงจรเป็นฟังก์ชันของเวลา และอาจเขียนเป็นอีกรูปหนึ่งได้ว่า

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-t/\tau}) = i_0(1 - e^{-t/\tau}) \quad \ldots\ldots\ldots. (10\text{-}5)$$

เมื่อค่าคงที่ τ เป็นค่าคงที่เวลาของวงจร LR และกระแสสูงสุด $i_0 = \mathcal{E}/R$

$$\tau = \frac{L}{R} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10\text{-}6)$$

มิติของ τ จะเป็นหน่วยของเวลา ค่าคงที่ของวงจร LR เป็นเวลาที่ใช้เพื่อให้กระแสไฟฟ้าเพิ่มจากศูนย์เป็น $(1-e^{-1}) = 0.63$ ของกระแสไฟฟ้าที่จะมีได้เต็มที่ $\mathcal{E}/R$ เช่น ถ้า L = 1 mH และ R = 1 MΩ จะได้ว่า

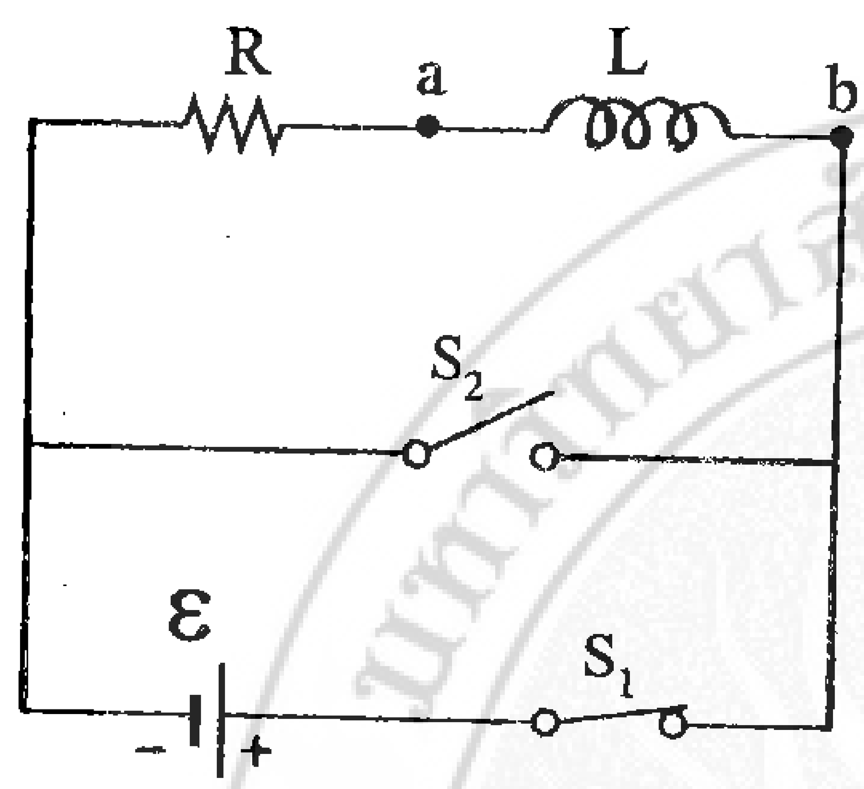


รูปที่ 10.4

กราฟระหว่างกระแสไฟฟ้าและเวลาของวงจร LR ตามรูปที่ 10.3 สวิตช์ปิดเมื่อเวลา $t = 0$ และกระแสไฟฟ้าเพิ่มขึ้นเข้าสู่ค่าสูงสุด $\mathcal{E}/R$ ค่าคงที่เวลา τ เป็นเวลาที่กระแสไฟฟ้าเพิ่มขึ้นเป็น 63% ของค่าสูงสุด

$$\tau = \frac{10^{-3}\text{H}}{10^{6}\Omega} = 1\text{ ns}$$

รูปที่ 10.4 เป็นกราฟระหว่างกระแสไฟฟ้าและเวลา เมื่อเวลา $t = 0$ กระแส $i = 0$ กระแสไฟฟ้ามีค่าเข้าสู่ค่าสุดท้าย (กระแสไฟฟ้าสูงสุด) $\mathcal{E}/R$ เมื่อ $t = \infty$ [ตามสมการ (10-4) กระแสค่าสุดท้ายเกิดขึ้นเมื่อ $di/dt = 0$] ตามกราฟตีความได้ว่ากระแสเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วในตอนเริ่มต้น จากนั้นค่อย ๆ เพิ่มขึ้นเข้าสู่ค่าสุดท้าย $\mathcal{E}/R$



รูปที่ 10.5

วงจร LR ประกอบด้วยสวิตช์ S_1, S_2 เมื่อปิด S_1 และเปิด S_2 มีแบตเตอรีอยู่ในวงจร เมื่อเปิด S_1 จะต้องปิด S_2 ในทันทีและจะไม่มีแบตเตอรีอยู่ในวงจร

พิจารณาวงจร LR ตามรูปที่ 10.5 ปิดสวิตช์ S_1 จนกระทั่งกระแสเพิ่มขึ้นถึงค่าสุดท้าย $i_0 = \mathcal{E}/R$ จากนั้นเปิดสวิตช์ S_1 และปิดสวิตช์ S_2 ในเวลาเดียวกัน ที่เวลา $t = 0$ จึงไม่มีแบตเตอรีอยู่ในวงจร ($\mathcal{E} = 0$) โดยใช้หลักวงกระแสของคีร์ชฮอฟฟ์กับวงจรจะได้

$$iR + L\frac{di}{dt} = 0$$

$$\frac{di}{i} = -\frac{R}{L}\,dt$$

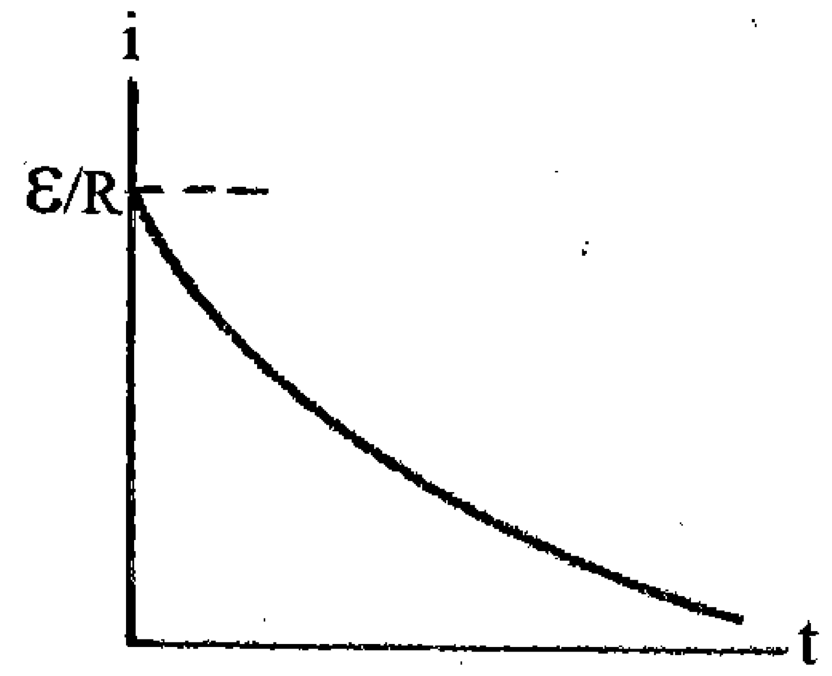
เมื่อเวลา $t = 0$ กระแสไฟฟ้าจะเป็น $i_0\ (= \mathcal{E}/R)$ จึงได้

$$\int_{i_0}^{i}\frac{di}{i} = -\int_{0}^{t}\frac{R}{L}\,dt$$

$$\ln\frac{i}{i_0} = -\frac{R}{L}t$$

$$i = i_0 e^{-Rt/L} = i_0 e^{-t/\tau} \quad \text{..........} \quad (10\text{-}7)$$

เมื่อ $\tau = L/R$ เป็นค่าคงที่เวลาของวงจร

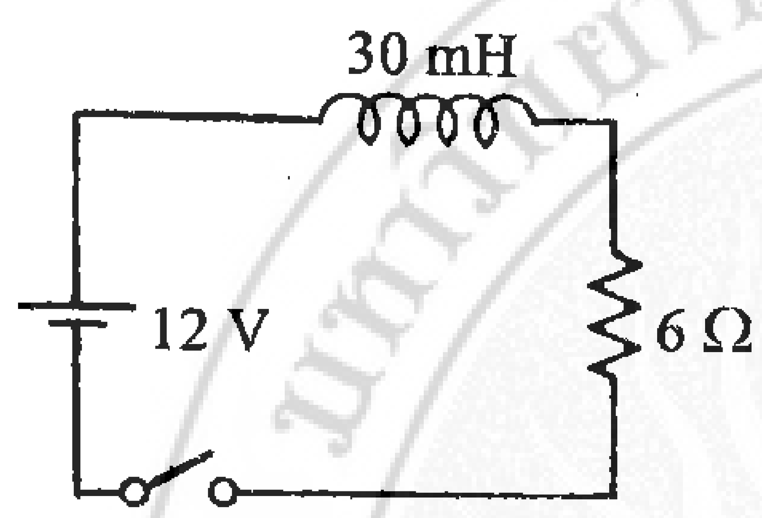


รูปที่ 10.6

กราฟระหว่างกระแสและเวลาของวงจรรูปที่ 10.5 ที่ $t = 0$, S_2 ปิด, S_1 เปิด และกระแสไฟฟ้ามีค่าสูงสุด Ɛ/R

กราฟระหว่างกระแสไฟฟ้ากับเวลาตามสมการ (10-7) แสดงดังรูปที่ 10.6 แสดงให้เห็นว่ากระแสไฟฟ้าลดลงตามเวลา และยิ่งกว่านั้นความชัน $\frac{di}{dt}$ จะเป็นลบเสมอและมีค่าสูงสุดที่เวลา $t = 0$ ความชันเป็นลบจะทำให้ $\varepsilon_L = -L(di/dt)$ เป็นบวก นั่นคือจุด a ตามรูปที่ 10.5 มีศักย์ไฟฟ้าต่ำกว่าที่จุด b

ตัวอย่างที่ 10.4 สวิตช์ตามรูปที่ 10.7 ปิดที่เวลา $t = 0$ ให้หาค่าคงที่เวลาของวงจรและกระแสไฟฟ้า เมื่อเวลา $t = 2$ ms



รูปที่ 10.7

วิธีทำ ค่าคงที่เวลา

$$\tau = \frac{L}{R}$$

$$= \frac{30 \times 10^{-3}\,\text{H}}{6\,\Omega} = 5.00 \text{ ms}$$

และกระแสไฟฟ้า

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-t/\tau}) = \frac{12\text{V}}{6\Omega}(1 - e^{-0.4}) = 0.659 \text{ A}$$

ตัวอย่างที่ 10.5 ขดลวดเหนี่ยวนำมีความจุและความต้านทานขนาดใหญ่ พบว่าเมื่อต่อตัวเหนี่ยวนำกับแหล่งแรงเคลื่อนไฟฟ้าคงที่ กระแสไฟฟ้าที่ผ่านตัวเหนี่ยวนำเป็นครึ่งหนึ่งของค่าสูงสุดภายใน 0.60 s เมื่อต่อตัวต้านทาน 4 Ω อนุกรมเพิ่มเข้ากับตัวเหนี่ยวนำ กระแสไฟฟ้าจะเพิ่มเป็นครึ่งหนึ่งของค่ากระแสสูงสุดใหม่ภายใน 0.30 s ให้หาขนาดของความเหนี่ยวนำ L และความต้านทาน R ของขดลวดเหนี่ยวนำ

วิธีทำ จากสมการ (10-5) จะได้ว่า

$$i = i_0(1 - e^{-t/\tau})$$

เมื่อ $i_0 = \varepsilon/R$ เป็นกระแสไฟฟ้าสูงสุด และ τ เป็นค่าคงที่เวลาของวงจรไฟฟ้า

กรณีเมื่อมีเฉพาะตัวเหนี่ยวนำในวงจร และกระแสไฟฟ้าในวงจรเป็นครึ่งหนึ่งของกระแสสูงสุด จะได้ว่า

$$\frac{1}{2}\, i_0 = i_0\,(1 - e^{-t/\tau})$$

$$e^{t/\tau} = 2$$

$$t = \tau \ln 2$$

$$0.60\text{ s} = 0.693\,\frac{L}{R} \qquad (1)$$

เมื่อ $\tau = L/R$ เป็นค่าคงที่เวลาของวงจร

กรณีเมื่อตัวต้านทาน 4Ω ต่ออนุกรมเข้ากับตัวเหนี่ยวนำ พิจารณาในทำนองเดี่ยวกัน จะได้ว่า

$$0.30\text{ s} = 0.693\,\frac{L}{R + 4.0\,\Omega} \qquad (2)$$

เมื่อ L/(R+4.0Ω) เป็นค่าคงที่เวลาของวงจรใหม่

จากสมการ (1) และ (2) จะได้ว่า

$$L = 3.5\text{ H}$$

$$R = 4.0\,\Omega$$

10.3 พลังงานที่สะสมในสนามแม่เหล็ก

หัวข้อที่ผ่านมาเราพบว่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดจากตัวเหนี่ยวนำจะต้านไม่ให้กระแสไฟฟ้าเพิ่มขึ้นอย่างทันทีทันใด ด้วยเหตุนี้ในการสร้างกระแสไฟฟ้าแบตเตอรีจะต้องทำงานต้านตัวเหนี่ยวนำ พลังงานของแบตเตอรีส่วนหนึ่งจะเสียไปในรูปของพลังงานความร้อนที่เกิดขึ้นกับตัวต้านทาน ส่วนที่เหลือจะสะสมไว้ในตัวเหนี่ยวนำ ถ้าคูณแต่ละเทอมในสมการ (10-4) ด้วยกระแส i และจัดเทอมใหม่ จะได้

$$i\varepsilon = i^2R + Li\,\frac{di}{dt} \qquad \text{.........} \quad (10\text{-}8)$$

สมการนี้บ่งบอกว่าอัตราพลังงานที่แบตเตอรีจ่ายให้กับวงจรจำนวน $i\varepsilon$ เท่ากับผลบวกของอัตราความร้อนที่เกิดกับตัวต้านทาน i^2R กับอัตราพลังงานที่เก็บสะสมไว้ในตัวเหนี่ยวนำ Li (di/dt) สมการ (10-8) เป็นสมการอย่างง่ายของการคงที่ของพลังงาน ถ้าให้ U_L เป็นพลังงานที่สะสมไว้ในตัวเหนี่ยวนำที่เวลาใด ๆ ดังนั้นอัตราการสะสมของพลังงานในตัวเหนี่ยวนำเป็น

$$\frac{dU_L}{dt} = Li\frac{di}{dt} \qquad \text{.......... (10-9)}$$

ความสัมพันธ์ข้างบน เขียนใหม่ในรูป $dU_L = Lidi$ ดังนั้นพลังงานทั้งหมดที่สะสมอยู่ในตัวเหนี่ยวนำ คือ

$$U_L = \int_0^{U_L} dU_L = \int_0^i Li\,di$$

$$U_L = \frac{1}{2}Li^2 \qquad \text{.......... (10-10)}$$

สมการ (10-10) จะเป็นพลังงานแม่เหล็กที่สะสมไว้ในสนามแม่เหล็กของตัวเหนี่ยวนำขณะที่มีกระแส i สมการนี้จะคล้ายกับสมการพลังงานไฟฟ้าที่สะสมอยู่ในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุ $U_C = Q^2/2C$ [สมการ (4-10)] ทั้งสองกรณีจะพบว่าการสร้างสนามต้องใช้งาน

เราสามารถหาพลังงานต่อหน่วยปริมาตรหรือความหนาแน่นพลังงานที่สะสมอยู่ในสนามแม่เหล็กโดยพิจารณาจากขดลวดโซลินอยด์ซึ่งมีความจุ $L = \mu_0 n^2 A\ell$ (ดูตัวอย่างที่ 10.1) สนามแม่เหล็กของโซลินอยด์ คือ $B = \mu_0 n i$ แทนค่า L และ $i = B/\mu_0 n$ ในสมการ (10-10) จะได้พลังงานแม่เหล็กที่สะสมอยู่ในสนามแม่เหล็กของขดลวดโซลินอยด์ คือ

$$U_B = U_L = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 A\ell\left(\frac{B}{\mu_0 n}\right)^2 = \frac{B^2}{2\mu_0}(A\ell) \qquad \text{.......... (10-11)}$$

เนื่องจาก $A\ell$ เป็นปริมาตรของโซลินอยด์ ความหนาแน่นพลังงานแม่เหล็ก (พลังงาน/หน่วยปริมาตร) คือ

$$u_B = \frac{U_B}{A\ell} = \frac{B^2}{2\mu_0} \qquad \text{.......... (10-12)}$$

แม้ว่าสมการ (10-12) จะได้มาจากกรณีเฉพาะสำหรับขดโซลินอยด์ **แต่ยังคงเป็นจริงสำหรับการหาความหนาแน่นพลังงานแม่เหล็กที่จุดใด ๆ ในอวกาศบริเวณที่มีสนามแม่เหล็ก** สมการ (10-12) จะคล้ายกับความหนาแน่นพลังงานไฟฟ้าที่สะสมอยู่ในสนามไฟฟ้า $u_E = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$ ตามสมการ (4-12)

ตัวอย่างที่ 10.5 พิจารณาวงจร LR ตามรูปที่ (10.5) เมื่อสวิตช์ S_2 ปิด ($t = 0$) กระแสไฟฟ้าในวงกระแสวงบนลดลงแบบเอกซ์โพเนนเชียลตามเวลา ตามสมการ (10-7) ให้หาพลังงานแม่เหล็กที่สะสมไว้ในสนามแม่เหล็กของตัวเหนี่ยวนำที่ใช้ไปเพื่อเปลี่ยนรูปเป็นพลังงานความร้อนในตัวต้านทาน

วิธีทำ อัตราพลังงาน (กำลัง) ที่สูญเสียให้กับตัวต้านทาน dU/dt จะเท่ากับ iR^2 เมื่อ i เป็นกระแสขณะใด ๆ

$$\frac{dU}{dt} = i^2R = (i_0e^{-Rt/L})^2R = i_0^2Re^{-2Rt/L}$$

เมื่ออินทิเกรตความสัมพันธ์นี้ตั้งแต่ $t = 0$ ถึง $t = \infty$ (กระแสลดลงเป็นศูนย์ต้องใช้เวลา ∞) จะได้พลังงานที่ใช้ไปทั้งหมด คือ

$$U = \int_0^\infty i_0^2Re^{-2Rt/L}\,dt = i_0^2R\int_0^\infty e^{-2Rt/L}\,dt$$

$$= i_0^2R\left(\frac{L}{2R}\right) = \frac{1}{2}Li_0^2$$

ซึ่งจะเห็นว่าพลังงานที่สูญเสียไปให้ความต้านทานมีค่าเท่ากับพลังงานที่สะสมไว้ในตัวเหนี่ยวนำตามสมการ (10-10)

ตัวอย่างที่ 10.6 ให้หาพลังงานแม่เหล็กที่สะสมอยู่ในบริเวณระหว่างทรงกระบอกอันนอกและอันในตามตัวอย่างที่ 10.3

วิธีทำ ตามสมการ (10-10) และแทน $L = (\mu_0\ell/2\pi)\ln\frac{b}{a}$ จากตัวอย่างที่ 10.3 จะได้พลังงานที่สะสมอยู่ในบริเวณระหว่างทรงกระบอก คือ

$$U_B = U_L = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{\mu_0 i^2\ell}{4\pi}\ln\frac{b}{a} \qquad (1)$$

พลังงานแม่เหล็กตามตัวอย่างนี้อาจจะหาได้อีกทางหนึ่งดังนี้ ความหนาแน่นสนามแม่เหล็กที่ตำแหน่ง r ในระหว่างทรงกระบอก คือ

$$u_B = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0} = \frac{1}{2\mu_0}\left(\frac{\mu_0 i}{2\pi r}\right)^2 = \frac{\mu_0 i^2}{8\pi^2r^2}$$

พลังงานในปริมาตรโดยรอบในบริเวณระหว่างทรงกระบอกความหนา dr ยาว ℓ คือ

$$dU_B = u_B\,dV = u_B(2\pi r\,\ell)\,dr = \frac{\mu_0 i^2 \ell}{4\pi r}\,dr$$

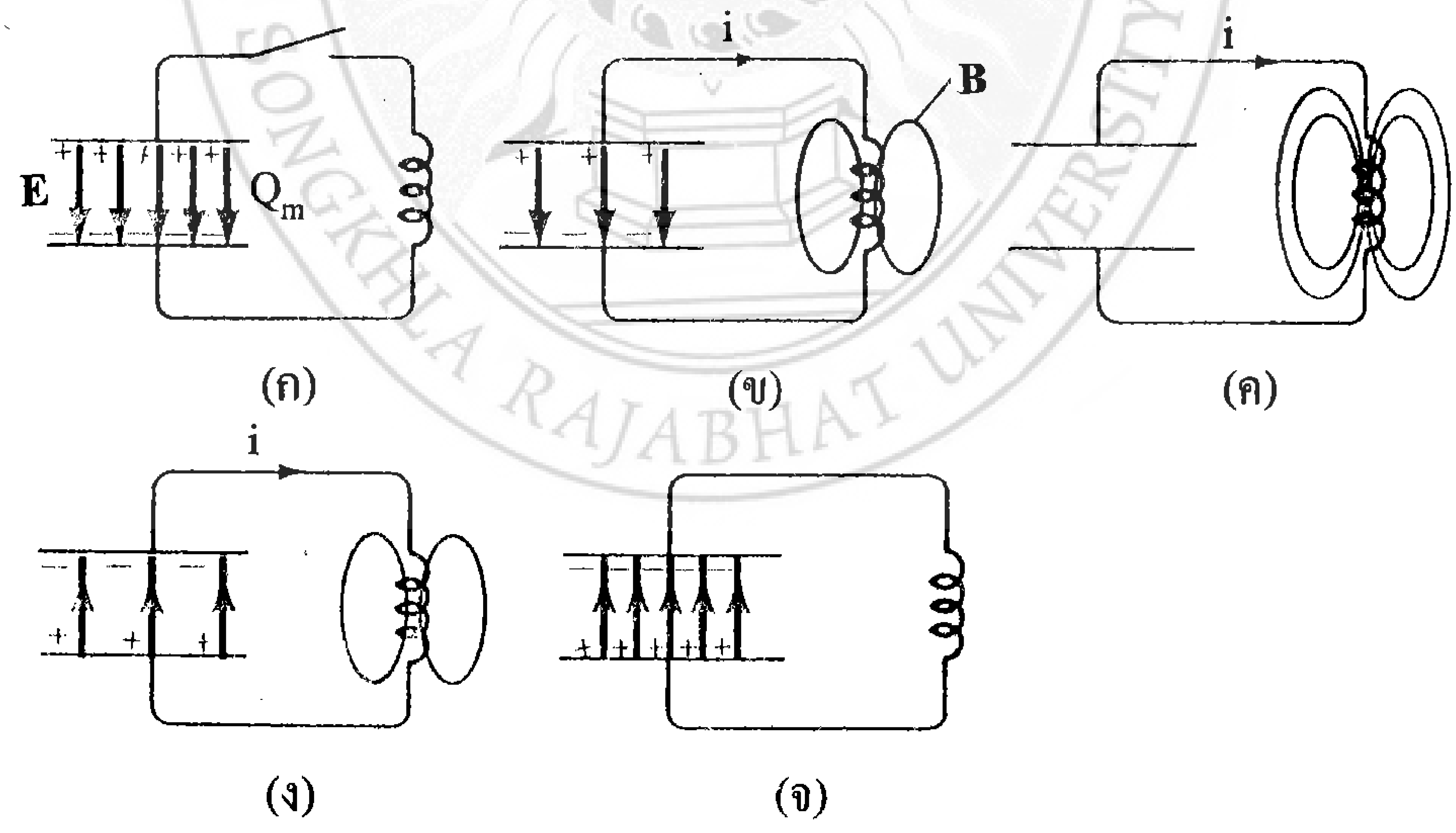
ดังนั้นพลังงานทั้งหมดที่สะสมอยู่ในบริเวณระหว่างทรงกระบอก คือ

$$U_B = \int dU_B = \frac{\mu_0 i^2 \ell}{4\pi}\int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 i^2 \ell}{4\pi}\ln\frac{b}{a}$$

ซึ่งจะเห็นว่าได้ค่าตรงกับสมการ (1)

10.4 การแกว่งกวัดทางไฟฟ้า

พิจารณาการแกว่งกวัด (oscillation) ของวงจรอย่างง่าย ประกอบด้วยตัวเก็บประจุที่ได้รับการประจุจนมีประจุสูงสุดต่อคร่อมกับตัวเหนี่ยวนำ ตัวแกว่งกวัดทั่วไปจะมีตัวต้านทานเพิ่มเข้ามาและถูกขับด้วยแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงแบบไซน์ (sinusoidally varying emf) ด้วยความถี่ค่าหนึ่ง ซึ่งจะกล่าวถึงในเรื่องวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ บทที่ 11



รูปที่ 10.8 *ลำดับการเกิดแกว่งกวัดของวงจร LC ในครึ่งรอบ*

ที่มา : *Weidner 1985 : 698*

การอธิบายปรากฏการณ์การแกว่งกวัดเชิงคุณภาพ อธิบายได้ดังนี้ พิจารณาวงจรของตัวแกว่งกวัด ตามรูปที่ 10.8 (ก) ตัวเก็บประจุ C มีประจุ Q_m บนแผ่นเพลทแต่ละแผ่น ต่อคร่อมกับตัวเหนี่ยวนำ (สมมุติว่าวงจรไม่มีความต้านทาน)

ทันทีที่ปิดสวิตซ์กระแสไฟฟ้าจะเปลี่ยนแปลงและเกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำขึ้นที่ตัวเหนี่ยวนำต้านการเพิ่มขึ้นของกระแสไฟฟ้า ดังรูปที่ 10.8 (ข) เมื่อตัวเก็บประจุคายประจุหมด กระแสไฟฟ้ายังคงไหลต่อไปเพราะความเฉื่อยของตัวเหนี่ยวนำ ดังรูปที่ 10.8 (ค) ถึงตอนนี้ตัวเหนี่ยวนำจะสร้างแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำขึ้นมาต้านการลดของกระแสไฟฟ้า และมีประจุไฟฟ้าสะสมบนแผ่นเพลทในลักษณะที่กลับกับตอนเริ่มต้น ดังรูปที่ 10.8 (ง) กระแสจะลดลงเนื่องจากประจุไฟฟ้าที่อยู่บนแผ่นเพลทมาค่อนผลักกับประจุไฟฟ้าที่เข้ามาที่หลัง ในที่สุดกระแสจะลดลงเป็นศูนย์ และขณะนั้นประจุไฟฟ้าสะสมที่แผ่นเพลทขนาด Q_m เท่ากับตอนเริ่มต้น แต่กลับขั้วกัน ดังรูปที่ 10.8 (จ) ตลอดช่วงการเปลี่ยนแปลงดังกล่าวนับเป็นการแกว่งกวัดทางไฟฟ้าจำนวนครึ่งรอบ (one half of circle) ต่อจากนี้ไปจะมีการเปลี่ยนแปลงซ้ำย้อนกลับไปสู่สถานะแรก รูปที่ 10.8 (ก)

การแกว่งกวัดของประจุและกระแสไฟฟ้าจะเป็นไปอย่างต่อเนื่อง พลังงานของวงจรไม่สูญหาย เพราะวงจรไม่มีความต้านทาน อาจจะอธิบายการแกว่งกวัดในแง่ของการแลกเปลี่ยนอย่างต่อเนื่องระหว่างพลังงานที่สะสมอยู่ในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุและพลังงานที่สะสมอยู่ในสนามแม่เหล็กของตัวเหนี่ยวนำเมื่อมีกระแสไฟฟ้าผ่าน ส่วนของวงจรทั้งสองทำหน้าที่ต่างกัน คือ

- ตัวเก็บประจุ C สะสมพลังงานไว้ในสนามไฟฟ้าของตัวเอง เมื่อได้รับการประจุและปล่อยพลังงานออกไป เมื่อคายประจุไปสู่สภาพสมดุลของความเป็นกลางทางไฟฟ้า
- ตัวเหนี่ยวนำ L สะสมพลังงานไว้ในสนามแม่เหล็กเมื่อมีกระแสไฟฟ้าผ่าน และแสดงความเฉื่อยทางไฟฟ้า (electrical inertia) ออกมาในรูปของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำตัวเอง เพื่อรักษาสภาพการเคลื่อนที่ของประจุในวงจร

การวิเคราะห์ตัวแกว่งกวัดทางไฟฟ้าโดยใช้คณิตศาสตร์ทำได้ดังนี้ ใช้หลักวงกระแสของคีร์ชฮอฟฟ์กับวงกระแสตามรูปที่ 10.8 จะได้ว่า

$$\Sigma\mathcal{E} = \Sigma V$$

$$-L\frac{di}{dt} = \frac{q}{C}$$

เมื่อ $-L\,di/dt$ เป็นแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำของตัวเหนี่ยวนำ และความต่างศักย์คร่อมตัวเก็บประจุเป็น q/C q เป็นประจุบนแผ่นเพลทของตัวเก็บประจุ หากแทน $i = dq/dt$ ในสมการข้างบนจะได้ว่า

$$-L\frac{d^2q}{dt^2} = \frac{q}{C}$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} = -\frac{1}{LC}q$$

เมื่อกำหนดให้

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \qquad \text{.......... (10-13)}$$

ดังนั้นสมการข้างบนจึงเขียนใหม่เป็น

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0 \qquad \text{.......... (10-14)}$$

สมการ (10-14) เป็นสมการดิฟเฟอเรนเชียลเชิงเส้นอันดับสอง ซึ่งจะได้คำตอบของสมการเป็น

$$q = Q_m \cos\omega_0 t \qquad \text{.......... (10-15)}$$

ประจุ Q_m เป็นประจุสูงสุดบนแผ่นเพลทของตัวเก็บประจุ ตามเงื่อนไขนี้จะเป็นประจุเริ่มต้น ($q = Q_m$ ที่ $t = 0$)

ประจุเปลี่ยนแปลงแบบไซน์ตามเวลาด้วยความถี่เชิงมุม ω_0 (หน่วยเป็นเรเดียน/วินาที) ซึ่งเป็นความถี่ของการแกว่งกวัดอิสระ (free oscillation) ขณะเมื่อไม่มีความต้านทานอยู่ในวงจร จากสมการ (10-13)

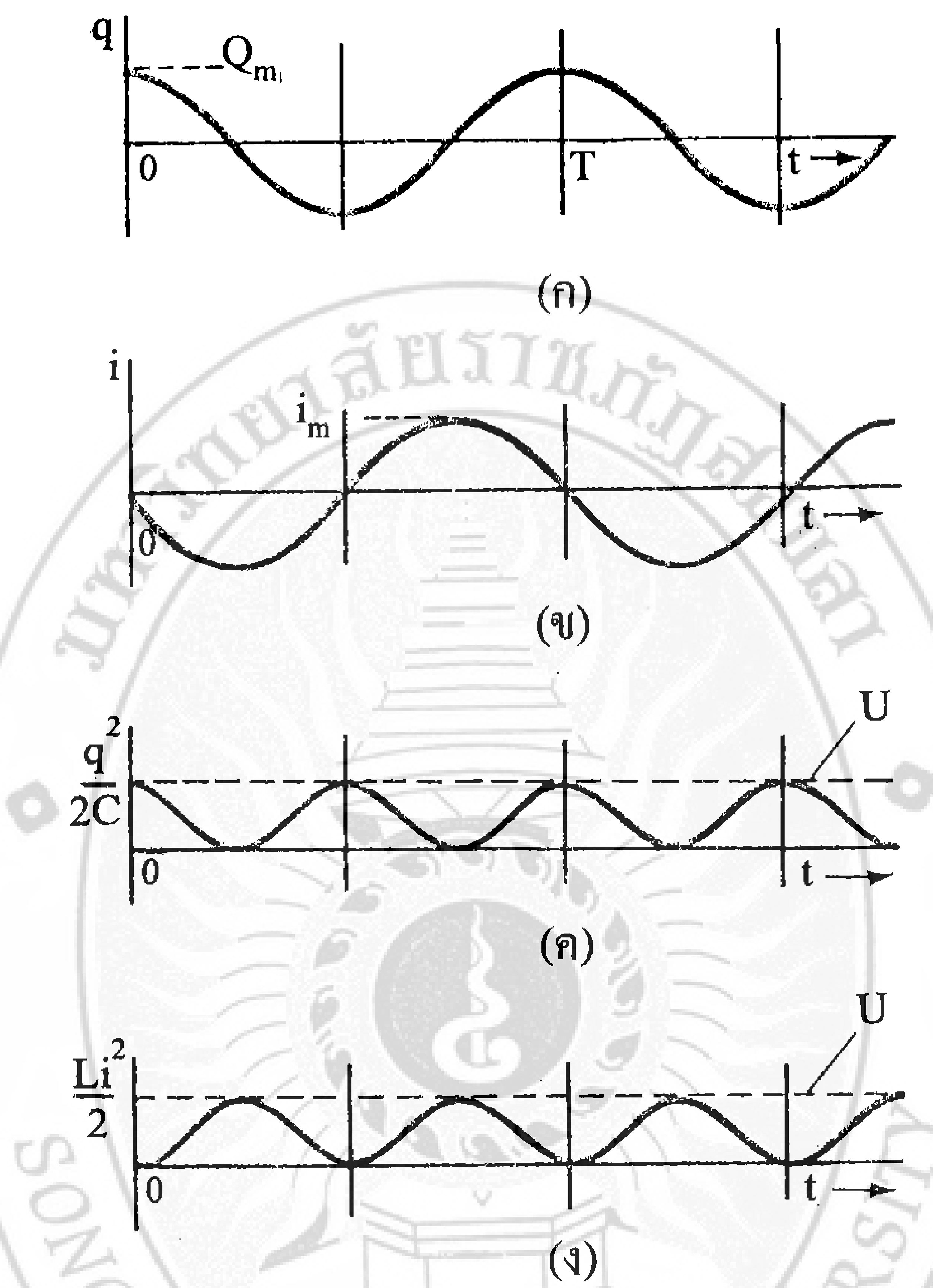
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad \text{.......... (10-16)}$$

ความถี่ (ธรรมดา) $f = \omega_0/2\pi$ (หน่วยเป็นเฮิรตซ์ หรือรอบ/วินาที) และคาบของการแกว่งกวัด T คือ

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad \text{.......... (10-17)}$$

กระแสไฟฟ้า ณ เวลาใด ๆ คือ

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega_0 Q_m \sin \omega_0 t = -i_m \sin \omega_0 t \quad \text{(10-18)}$$



รูปที่ 10.9 *การเปลี่ยนแปลงตามเวลาของตัวแกว่งกวัด (ก) ประจุบนแผ่นเพลท (ข) กระแสไฟฟ้า (ค) พลังงานของตัวเก็บประจุ (ง) พลังงานของตัวเหนี่ยวนำ*

เมื่อ $i_m = \omega_0 Q_m$ เป็นค่ากระแสไฟฟ้าสูงสุด จะเห็นว่ากระแสไฟฟ้าแกว่งกวัดแบบไซน์ตามเวลาเช่นเดียวประจุไฟฟ้า เมื่อเปรียบเทียบสมการ (10-15) กับสมการ (10-18) พบว่าประจุไฟฟ้าแปรตรงตามค่าโคไซน์ และกระแสไฟฟ้าแปรตรงตามค่าไซน์ ประจุไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้าจึงมีเฟส (phase) ต่างกัน 90 องศา การเปลี่ยนแปลงของประจุไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้าตามเวลาแสดงดังรูปที่ 10.9 (ก) และ (ข) เมื่อตัวเก็บประจุมีประจุสูงสุดกระแสไฟฟ้าที่ผ่านวงจรหรือผ่านตัวเหนี่ยวนำเป็นศูนย์ และเมื่อตัวเก็บประจุคายประจุหมดกระแสไฟฟ้าที่ผ่านวงจรหรือผ่านตัวเหนี่ยวนำมีค่าสูงสุด

ในแง่ของพลังงาน พลังงานของวงจร U จะมีค่าคงที่ ไม่เปลี่ยนตามเวลา ซึ่งหาได้ดังนี้ พลังงานของวงจรประกอบด้วยพลังงานของตัวเก็บประจุ U_C และพลังงานของตัวเหนี่ยวนำ U_L

$$U = U_C + U_L = \frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2} = \frac{Q_m \cos^2 \omega_0 t}{2C} + \frac{L i_m \sin^2 \omega_0 t}{2} \quad \text{.........} \quad (10\text{-}19)$$

เมื่อแทน $i_m = \omega_0 Q_m$ จากสมการ (10-18) และ $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ จากสมการ (10-13) ในเทอมที่ 2 ทางขวามือของสมการข้างบนจะได้

$$U = \frac{Q_m^2}{2C}(\sin^2\omega_0 t + \cos^2\omega_0 t) = \frac{Q_m^2}{2C} = \text{คงที่} \quad \text{.........} \quad (10\text{-}20)$$

ดังนั้นเมื่อมีประจุสูงสุดในตัวเก็บประจุ พลังงานของวงจรจะมีเฉพาะพลังงานที่ตัวเก็บประจุ $U = U_C = Q_m^2/2C$ พลังงานแม่เหล็กที่ตัวเหนี่ยวนำเป็นศูนย์ และในทางกลับกันเมื่อตัวเก็บประจุคายประจุหมด พลังงานของวงจรจะมีเฉพาะพลังงานแม่เหล็กที่ตัวเหนี่ยวนำ $U = U_L = Li_m^2/2$ พลังงานของตัวเก็บประจุ (U_C) และพลังงานของตัวเหนี่ยวนำ (U_L) จะเปลี่ยนแปลงแบบไซน์ มีความถี่เป็น 2 เท่าของประจุไฟฟ้า q และกระแสไฟฟ้า i ตามลำดับ ดังรูปที่ 10.9 (ค) และ (ง) และผลบวกของพลังงานทั้งสองมีค่าคงที่

วงจร LC ที่ใช้งานจริง ๆ จะมีความต้านทานอยู่บ้าง อย่างน้อยเป็นความต้านทานที่เกิดจากตัวเหนี่ยวนำ เมื่อวงจรแกว่งกวัดมีความต้านทานเข้ามาเกี่ยวข้องจะกลายเป็นตัวแกว่งกวัดไฟฟ้าแบบหน่วง (damped electrical oscillator) พลังงานของวงจรจะลดลงแบบเอกซ์โพเนนเชียล เพราะพลังงานจะสูญเสียไปที่ตัวต้านทาน i^2R

ตามสมการ (10-17) แสดงให้เห็นว่าความถี่ของตัวแกว่งกวัดทางไฟฟ้าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาด L และ C ลดลง หากจะสร้างตัวแกว่งกวัดที่มีความถี่สูงมาก ๆ ตัวเก็บประจุและตัวเหนี่ยวนำไม่เพียงแต่มีขนาดของ C และ L น้อยเท่านั้น มิติของวงจรส่วนนี้ต้องมีขนาดเล็กด้วย

ตัวอย่างที่ 10.7 ตัวเก็บประจุ 1.0 μF ถูกประจุเต็มด้วยกระแสตรง แรงดัน 40 V จากนั้นตัวเก็บประจุคายประจุผ่านตัวเหนี่ยวนำ 10 mH ให้หากระแสไฟฟ้าสูงสุดที่เกิดขึ้นในตัวแกว่งกวัด

วิธีทำ วงจรตามตัวอย่างนี้ เป็นวงจรแกว่งกวัดอิสระ กระแสสูงสุดในวงจรเป็นไปตามสมการ (10-18) คือ

$$i_m = \omega_0 Q_m = \frac{1}{\sqrt{LC}}\left(\frac{C}{V}\right)$$

เมื่อ $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ [สมการ (10-6)] และประจุที่ประจุให้ตัวเก็บประจุ $q = Q_m = \frac{C}{V}$ ดังนั้น

$$i_m = \frac{1}{\sqrt{(10\text{mH})(1.0\,\mu\text{F})}}\left(\frac{1.0\,\mu\text{F}}{40\text{V}}\right)$$

$$= 0.25 \text{ mA}$$

ตัวอย่างที่ 10.8 ตัวแกว่งกวัดทางไฟฟ้าเป็นส่วนหนึ่งของเครื่องรับวิทยุทุกเครื่อง การค้นหาสถานีทำได้โดยหมุนปุ่มปรับของตัวเก็บประจุแผ่นขนานที่เปลี่ยนค่าได้ เพื่อให้ความถี่ของตัวแกว่งกวัดรับความถี่ของคลื่นวิทยุได้ ตัวแกว่งกวัดในเครื่องรับวิทยุหนึ่งมีตัวเหนี่ยวนำ 1.0 mH และกำลังรับคลื่น A.M ความถี่ 710 kHz (ก) ความจุของตัวเก็บประจุของตัวแกว่งกวัดขณะนั้นเป็นเท่าใด (ข) จะหมุนปุ่มปรับของตัวเก็บประจุที่แปรค่าได้ตามรูปที่ 10.10 ไปทางใดเพื่อปรับหาสถานีความถี่ 880 kHz

รูปที่ 10.10

วิธีทำ

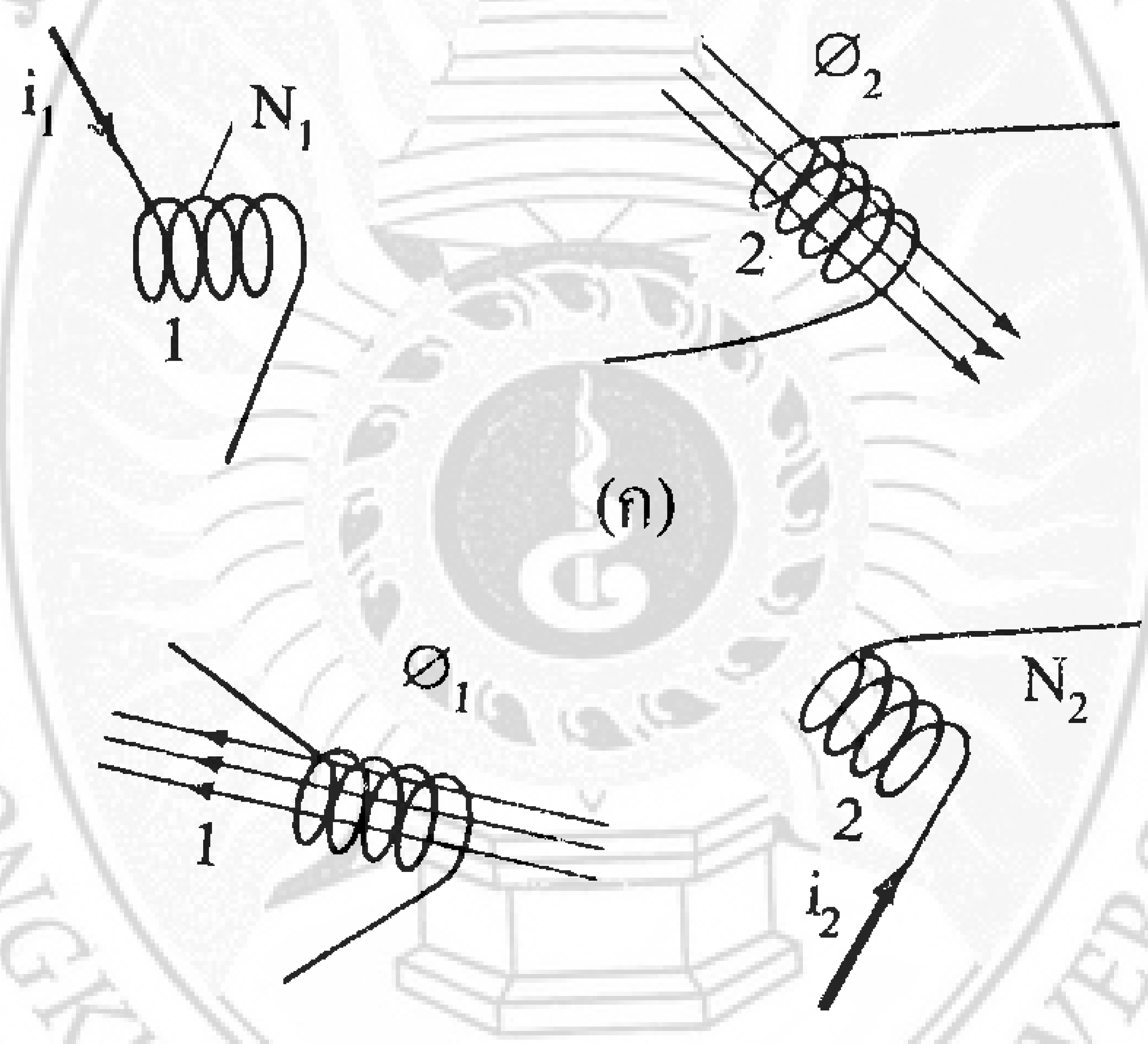
(ก) จากสมการ (10-17) $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

$$C = \frac{1}{4\pi^2 f^2 L} = \frac{1}{4\pi^2 (710 \times 10^3 \text{ Hz})^2 (1.0 \times 10^{-3} \text{ H})} = 50 \text{ pF}$$

(ข) การปรับหาความถี่ที่สูงขึ้น ตามสมการข้างบนบ่งชี้ว่าความจุ C จะต้องลดลง สำหรับตัวเก็บประจุแผ่นขนานความจุ แปรตรงตามพื้นที่ของแผ่นเพลท [$C = \epsilon_0 A/d$, สมการ (4-2)] ดังนั้นจะต้องลดพื้นที่ส่วนที่ซ้อนกันของแผ่นเพลทแผ่นที่อยู่ชิดกันลง จึงจะลดค่าความจุ C ได้ โดยหมุนปุ่มปรับในทิศตามเข็มนาฬิกา

10.5 ความเหนี่ยวนำร่วม

ความเหนี่ยวนำตัวเองจะเชื่อมโยงแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำในขดลวดเหนี่ยวนำกับอัตราการเปลี่ยนแปลงของกระแสไฟฟ้าในขดลวดเหนี่ยวนำนั้น ความเหนี่ยวนำร่วม (mutual inductance) จะเชื่อมโยงแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำของตัวเหนี่ยวนำหนึ่งกับการเปลี่ยนแปลงของกระแสไฟฟ้าในอีกตัวเหนี่ยวนำหนึ่งที่ไม่ได้อยู่ในวงจรเดียวกัน



รูปที่ 10.11 *กระแสไฟฟ้า i_1 ผ่านขดลวด 1 ทำให้เกิดฟลักซ์แม่เหล็ก $\varnothing_2$ ผ่านแต่ละรอบของขดลวด 2 (ข) กระแสไฟฟ้า i_2 ผ่านขดลวด 2 ทำให้เกิดฟลักซ์แม่เหล็ก $\varnothing_1$ ผ่าน แต่ละรอบ ของขดลวด 1*

พิจารณารูปที่ 10.11 มีตัวเหนี่ยวนำ 2 อัน แต่ละอันต่างอยู่นิ่งและแยกจากกัน โดยไม่อยู่ในวงจรเดียวกัน อย่างไรก็ตามตัวเหนี่ยวนำจะเชื่อมโยงกันด้วยฟลักซ์แม่เหล็ก กระแสไฟฟ้าในตัวเหนี่ยวนำหนึ่งทำให้เกิดฟลักซ์แม่เหล็กผ่านตัวเหนี่ยวนำอีกอันหนึ่ง กระแสไฟฟ้า i_1 ในขดลวด 1 ซึ่งมีขดลวดเหมือนกัน N_1 รอบ ทำให้เกิดฟลักซ์แม่เหล็ก $\varnothing_2$ ผ่านแต่ละรอบของขดลวด 2 ทำนองเดียวกันกับกระแส i_2 ในขดลวด 2 ซึ่งมีขดลวดเหมือนกัน N_2 รอบ ทำให้เกิด

ฟลักซ์แม่เหล็ก $\varnothing_1$ ผ่านแต่ละรอบของขดลวด 1 จากกฎของฟาราเดย์แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ ε_2 ที่เกิดขึ้นในขดลวด 2 เมื่อฟลักซ์ $\varnothing_2$ เปลี่ยนแปลงตามเวลา คือ

$$\varepsilon_2 = -N_2 \frac{d\varnothing_2}{dt} \qquad \text{.......... (10-21)}$$

ฟลักซ์แม่เหล็ก $\varnothing_2$ แปรตรงกับกระแส i_1 ที่ทำให้เกิด $\varnothing_2$ ขึ้นมา และความเหนี่ยวนำร่วม M_{21} กำหนดขึ้นทำนองเดียวกับความเหนี่ยวนำตัวเองตามสมการ (10-1) คือ

$$N_2\varnothing_2 = M_{21}\, i_1 \qquad \text{.......... (10-22)}$$

เมื่อ $N_2\varnothing_2$ เป็นฟลักซ์ลิงค์เกจในขดลวด 2 ซึ่งแปรตรงกับกระแส i_1 ในขดลวด 1 ผ่านค่าคงที่ คือ ความเหนี่ยวนำร่วม M_{21} จากสมการ (10-21) และสมการ (10-22) จะได้ว่า

$$\varepsilon_2 = -M_{21} \frac{di_1}{dt} \qquad \text{.......... (10-23)}$$

สมการความเหนี่ยวนำร่วมตามสมการ(10-23) เทียบได้กับสมการความเหนี่ยวนำตัวเองสมการ (10-2) สำหรับคู่ตัวเหนี่ยวนำที่มีตำแหน่งคงที่ความเหนี่ยวนำร่วมจะมีค่าคงที่ขึ้นกับลักษณะทางเรขาคณิตและการวางตัวของวงจร หน่วยของความเหนี่ยวนำร่วมเป็น เฮนรี (H) เช่นเดียวกับหน่วยของความเหนี่ยวนำตัวเอง

ความเหนี่ยวนำร่วม อาจจะหาจากความสัมพันธ์ตามสมการ (10-22) หรือสมการ (10-23) สมการแรกใช้ประโยชน์ในการคำนวณหาค่าความเหนี่ยวนำร่วม M_{21} เมื่อทราบฟลักซ์ที่เชื่อมโยงตัวเหนี่ยวนำทั้งสอง สมการที่สองใช้ประโยชน์ในการบรรยายพฤติกรรมของตัวเหนี่ยวนำร่วมในวงจรที่อยู่คู่กัน

สมการ (10-21) และสมการ (10-22) ได้มาจากกระแสไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลง i_1 สร้างฟลักซ์แม่เหล็ก $\varnothing_2$ และแรงเคลื่อนไฟฟ้า ε_2 ในลักษณะตรงกันข้ามกันกระแสไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลง i_2 สร้างฟลักซ์แม่เหล็ก $\varnothing_1$ และแรงเคลื่อนไฟฟ้า ε_1 ขึ้นในขดลวด 1 จะได้สมการที่สอดคล้องกับสมการ (10-22) และสมการ (10-23) คือ

$$N_1\varnothing_1 = M_{12}\, i_2 \qquad \text{.......... (10-24)}$$

และ

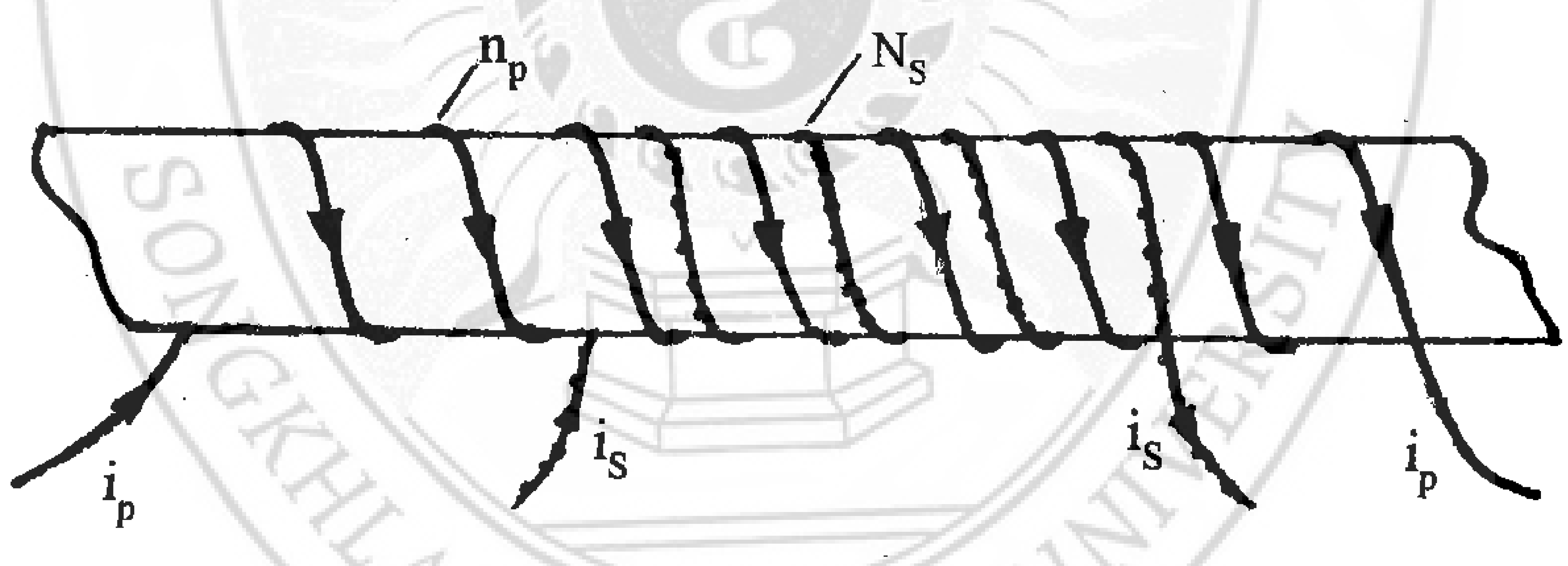
$$\varepsilon_1 = -M_{12} \frac{di_2}{dt} \qquad \text{.......... (10-25)}$$

ผลสรุปโดยไม่มีการพิสูจน์จะได้ว่า ความเหนี่ยวนำร่วม M_{21} และ M_{12} มีค่าเท่ากันทุก ๆ ตัวเหนี่ยวนำร่วม (mutual inductor) จึงใช้สัญลักษณ์ M แทน M_{21} และ M_{12}

$$M = M_{12} = M_{21} \qquad \text{.........} \quad (10\text{-}26)$$

ปรากฏการณ์การเหนี่ยวนำร่วมกัน แสดงให้เห็นว่ามีการแลกเปลี่ยนพลังงานระหว่างวงจรทั้งสองเมื่อกระแสไฟฟ้าที่ผ่านวงจรทั้งสองเปลี่ยนแปลงตามเวลา หลักการของความเหนี่ยวนำร่วมนำมาใช้ในการสร้างหม้อแปลง หรือเครื่องมือที่ใช้ส่งสัญญาณต่าง ๆ เช่น โทรเลข วิทยุ โทรทัศน์ และ เรดาร์

ตัวอย่างที่ 10.8 หม้อแปลงทำด้วยขดโซลินอยด์ยาว 1.00 m พื้นที่หน้าตัด A = 2.0 cm^2 ขดลวดปฐมภูมิ $n_p = 1.0 \times 10^5$ รอบ / m ขดลวดทุติยภูมิ $N_S = 5$ รอบ พันชิดกันทับขดลวดปฐมภูมิ ดังรูปที่ 10.12 (ก) ให้หาความเหนี่ยวนำร่วมของขดลวดทั้งสอง (ข) ถ้ากระแสไฟฟ้าในขดลวดทุติยภูมิ คือ $i_S = 0.03 \cos(120\,\pi t)$ เมื่อ t มีหน่วยเป็นวินาที และ i_S มีหน่วยเป็นแอมแปร์ ทิศ i_S ตามรูปเป็นทิศบวก ให้หาแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำในขดลวดปฐมภูมิเนื่องจากกระแสไฟฟ้า i_S



รูปที่ 10.12

วิธีทำ (ก) การหาความเหนี่ยวนำร่วมหาได้ 2 วิธี โดยหาจากฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านขดลวดทุติยภูมิเนื่องจากกระแสไฟฟ้าที่ผ่านขดลวดปฐมภูมิ หรือหาจากฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านขดลวดปฐมภูมิเนื่องจากกระแสไฟฟ้าที่ผ่านขดลวดทุติยภูมิ กรณีนี้เราจะหาฟลักซ์แม่เหล็กที่เกิดจากกระแสไฟฟ้าที่ผ่านขดลวดปฐมภูมิได้ง่าย เนื่องจากขดลวดปฐมภูมิ คือ ขดโซลินอยด์

สนามแม่เหล็กของขดโซลินอยด์ยาวเนื่องจากกระแสไฟฟ้าที่ผ่าน i_p จะมีค่าสม่ำเสมออยู่ภายในขดโซลินอยด์ มีค่าตามสมการ (8-12) คือ

$$B = \mu_0 n_p i_p$$

ฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านแต่ละรอบของขดลวดทุติยภูมิ คือ

$$\varnothing_S = BA = \mu_0 n_p i_p A$$

ดังนั้นความเหนี่ยวนำร่วม M_{SP} หาได้จากสมการ (10-22) คือ

$$M_{SP} = \frac{N_S \varnothing_S}{i_p} = \frac{N_S \mu_0 n_p i_p A}{i_p} = \mu_0 N_S n_p A$$

$$= (4\pi \times 10^{-7} N/A^2)(5)(1.0 \times 10^5 m^{-1})(2.0 \times 10^{-4} m^2)$$

$$= 1.257 \times 10^{-4} H$$

(ข) แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำในขดลวดปฐมภูมิเนื่องจากกระแสไฟฟ้าที่กำหนดให้ i_S ในขดลวดทุติยภูมิ หาจากสมการ (10-23)

$$\varepsilon_P = -M_{PS}\frac{di_S}{dt} = -M_{SP}\frac{di_S}{dt}$$

เพราะว่า $di_S/dt = -0.03(120\pi)\sin(120\pi t)$ จะได้

$$\varepsilon_P = 1.42 \times 10^{-3} \sin(120\pi t)$$

เมื่อ t มีหน่วยเป็นวินาที และ ε_P มีหน่วยเป็นโวลต์ เราได้ ε_P เป็นบวก จึงมีทิศเดียวกับทิศของ i_S ตามรูปที่ 10.12

10.6 สรุปท้ายบท

นิยาม

● **ความเหนี่ยวนำตัวเอง** ความเหนี่ยวนำตัวเอง L ของขดลวดเหมือนกัน N รอบเมื่อมีกระแสไฟฟ้า i ผ่าน และกระแสไฟฟ้า i ทำให้เกิดฟลักซ์แม่เหล็กผ่านแต่ละรอบของขดลวด เท่ากับ $\varnothing_B$ คือ

$$L = \frac{N\varnothing_B}{i} \qquad \text{..........} \quad (10\text{-}1)$$

● **แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำตัวเอง** เมื่อกระแสไฟฟ้าผ่านตัวเหนี่ยวนำเปลี่ยนแปลงในอัตรา di/dt จะเกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำตัวเองหรือแรงเคลื่อนที่ไฟฟ้ากลับ ε คือ

$$\varepsilon = -L\frac{di}{dt} \qquad \text{..........} \quad (10\text{-}2)$$

● **ความเหนี่ยวนำร่วม** กระแสไฟฟ้า i_1 ในขดลวดที่ 1 ทำให้เกิดฟลักซ์แม่เหล็ก $\varnothing_2$ ผ่านแต่ละรอบของขดลวดที่ 2 ซึ่งมีจำนวนรอบ N_2 รอบ จะเกิดความเหนี่ยวนำร่วม M_{21} คือ

$$M_{21} = \frac{N_2\varnothing_2}{i_1} \qquad \text{..........} \quad (10\text{-}22)$$

หน่วย

● **เฮนรี** เฮนรีเป็นหน่วยของความความเหนี่ยวนำ

$$1H = 1\ V.s/A$$

ผลที่สำคัญ

● **ค่าคงที่เวลาของวงจร LR** ค่าคงที่เวลา τ ของวงจร LR

$$\tau = \frac{L}{R} \qquad \text{..........} \quad (10\text{-}6)$$

● **การเพิ่มขึ้นของกระแสไฟฟ้าในวงจร LR**

$$i = \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-t/\tau}) = i_0(1 - e^{-t/\tau}) \qquad \text{..........} \quad (10\text{-}5)$$

● **พลังงานในตัวเหนี่ยวนำ** พลังงาน U_L ที่สะสมอยู่ในสนามแม่เหล็กของตัวเหนี่ยวนำที่มีกระแส i ผ่าน คือ

$$U_L = \frac{1}{2}Li^2 \qquad \text{..........} \quad (10\text{-}10)$$

● **ความหนาแน่นพลังงานแม่เหล็ก** ความหนาแน่นพลังงานแม่เหล็ก u_B ในสนามแม่เหล็ก **B** คือ

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0} \qquad \text{..........} \quad (10\text{-}12)$$

● **ตัวแกว่งกวัดทางไฟฟ้า LC** ประจุไฟฟ้า และกระแสไฟฟ้าของตัวแกว่งกวัดจะแกว่งกวัดแบบไซน์ตามเวลาด้วยความถี่ f และคาบ T คือ

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad \text{.......... (10-17)}$$

การแกว่งกวัดของประจุไฟฟ้า คือ

$$Q = Q_m \cos \omega_0 t \qquad \text{.......... (10-15)}$$

การแกว่งกวัดของกระแสไฟฟ้า คือ

$$i = -i_m \sin \omega_0 t \qquad \text{.......... (10-18)}$$

แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 10

10.1 กระแสไฟฟ้าผ่านขดลวดเปลี่ยนแปลงในอัตรา 4000 A/s จะเกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำขึ้นในขดลวด 4.0 V ให้หาความเหนี่ยวนำตัวเองของขดลวด

10.2 ตัวเหนี่ยวนำขนาด 5 H มีกระแสไฟฟ้าผ่านอยู่ 2A จะทำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำขึ้น 200 V ได้อย่างไร

10.3 ตัวเหนี่ยวนำเป็นขดโซลินอยด์ยาวมีวงขดลวดอยู่ชิดกัน มีความเหนี่ยวนำ 200 mH ให้หาฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านพื้นที่หน้าตัดของขดลวดเมื่อมีกระแสไฟฟ้า 5A ในขดลวดโซลินอยด์

10.4 วงตัวนำวงกลม 2 วง มีจุดศูนย์กลางร่วมกันอยู่ในระนาบเดียวกัน และมีรัศมี R_1 และ R_2 หาก $R_1 >> R_2$ ให้หาแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นในวงตัวนำเล็ก เมื่อมีกระแสไฟฟ้าผ่านวงตัวนำใหญ่ในอัตรา di/dt

10.5 ลวดตัวนำตรงยาววางขนานกัน แต่ละอันมีรัศมี r วางห่างกันเป็นระยะ d ถ้ามีกระแสไฟฟ้า i ผ่านลวดแต่ละเส้นในทิศสวนกัน หากไม่คิดฟลักซ์แม่เหล็กในเส้นลวด จงแสดงว่าความเหนี่ยวนำตัวเองของลวดทั้งสอง เป็น

$$L = \frac{\mu_0}{\pi} \ln\left(\frac{d-r}{r}\right)$$

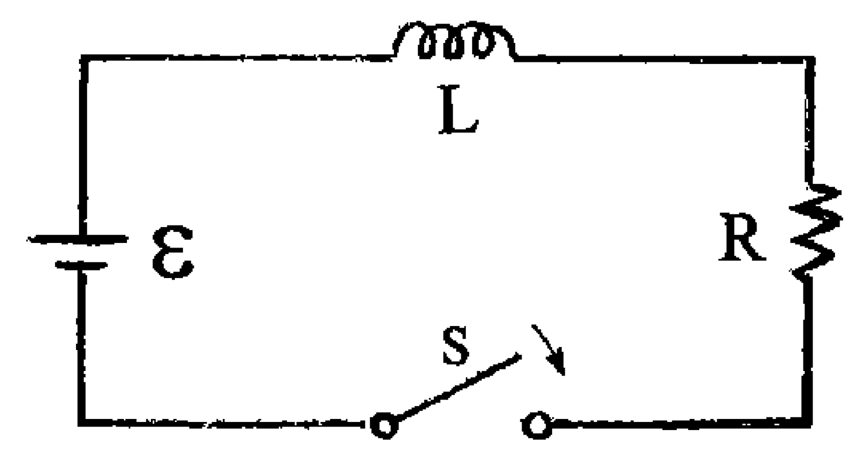
10.6 กระแสไฟฟ้า $i = i_0 \sin \omega t$ เมื่อ $i_0 = 5$ A และ $\omega/2\pi = 60$ Hz ผ่านตัวเหนี่ยวนำซึ่งมีความเหนี่ยวนำ 10 mH ให้หาแรงเคลื่อนไฟฟ้ากลับเป็นฟังก์ชันของเวลา

10.7 ตัวเหนี่ยวนำเป็นขดโซลินอยด์มีจำนวนรอบ 420 รอบ ยาว 16 cm มีพื้นที่หน้าตัด 3 cm^2 ให้หาอัตราการลดลงอย่างสม่ำเสมอของกระแสไฟฟ้าที่จะทำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ 175 μV

10.8 จงหาความเหนี่ยวนำของวงจร LR ซึ่งมีตัวต้านทาน R = 5.0 Ω และกระแสไฟฟ้าเพิ่มขึ้น $\frac{1}{4}$ ของค่ากระแสไฟฟ้าสูงสุดในเวลา 1.5 s

10.9 แบตเตอรี 12 V ต่ออนุกรมกับวงจรซึ่งประกอบด้วยตัวต้านทาน 10 Ω และตัวเหนี่ยวนำ 2 H (ก) จะใช้เวลานานเท่าใด กระแสไฟฟ้าจึงเพิ่มขึ้นเป็น 50% ของกระแสสุดท้าย (ข) จะใช้เวลาเท่าใดกระแสไฟฟ้าจึงจะเพิ่มขึ้นเป็น 90% ของกระแสสูงสุด

10.10 เมื่อปิดสวิตช์ตามรูปที่ 10.13 กระแสไฟฟ้าจะเพิ่มขึ้นเป็น 98% ของกระแสไฟฟ้าสุดท้ายในเวลา 3.0 ms ถ้าความต้านทาน R = 10 Ω ให้หาความเหนี่ยวนำ L



รูปที่ 10.13

10.11 วงจรตามรูปที่ 10.13 กำหนด L = 7 H , R = 9 Ω และ ε = 12 V ให้หาความเหนี่ยวนำ ตัวเองเมื่อเวลา 0.2 s ภายหลังการปิดสวิตช์

10.12 ให้คำนวณหาพลังงานที่สะสมอยู่ในสนามแม่เหล็กของขดโซลินอยด์ที่มีจำนวนรอบ 200 รอบ และมีกระแสไฟฟ้าผ่าน 1.75 A และเกิดฟลักซ์แม่เหล็กผ่านแต่ละรอบของขดลวดเป็น 3.7×10^{-4} Wb

10.13 แบตเตอรี 10V ต่ออนุกรมกับตัวต้านทาน 5 Ω และตัวเหนี่ยวนำ 10 H หลังจากกระแสไฟฟ้าในวงจรมีค่าสูงสุด ให้คำนวณหา (ก) กำลังที่แบตเตอรีให้กับวงจร (ข) กำลังที่สูญเสียให้ตัวต้านทาน (ค) กำลังที่สูญเสียให้กับตัวเหนี่ยวนำ (ง) พลังงานที่สะสมอยู่ในสนามแม่เหล็กของตัวเหนี่ยวนำ

10.14 สนามแม่เหล็กภายในขดโซลินอยด์เป็น 4.5 T ขดโซลินอยด์มีเส้นผ่าศูนย์กลางภายในเป็น 6.2 cm และยาว 26 cm (ก) หาความหนาแน่นพลังงานแม่เหล็กในสนามแม่เหล็ก (ข) หาพลังงาน แม่เหล็กที่สะสมอยู่ในสนามแม่เหล็กของขดโซลินอยด์

10.15 ลวดตัวนำตรงยาวมีกระแสไฟฟ้า i ผ่าน ให้หาความหนาแน่นพลังงานแม่เหล็กในสนามแม่เหล็กที่ระยะ r จากเส้นลวด

10.16 (ก) ขดโซลินอยด์ 2 ขด มีความเหนี่ยวนำ 2 mH และ 6 mH ต่อกันแบบอนุกรมและอยู่ห่างกันพอเหมาะ เมื่อมีกระแสไฟฟ้าผ่านขดลวดแต่ละขดเป็น 1 A พลังงานแม่เหล็กทั้งหมดที่สะสมอยู่ในขดโซลินอยด์ทั้งสองเป็นเท่าใด (ข) เมื่อขดลวดทั้งสองต่อขนานกันและอยู่ห่างกันพอเหมาะ เมื่อมีกระแสไฟฟ้า 1A เข้าสู่จุดต่อ พลังงานแม่เหล็กทั้งหมดที่สะสมอยู่ในตัวเหนี่ยวนำทั้งสองเป็นเท่าใด

10.17 วงจร LC ประกอบด้วยตัวเหนี่ยวนำมีความเหนี่ยวนำ 20 mH. และตัว เก็บประจุมีความจุ 0.5 μF ถ้ากระแสไฟฟ้าสูงสุดขณะใด ๆ เป็น 0.1A ให้หาความต่างศักดิ์สูงสุดคร่อมตัวเก็บประจุ

10.18 ตัวเหนี่ยวนำขนาด 10 mH ใช้กับตัวแกว่งกวัดทางไฟฟ้าสามารถเรโซแนนซ์ (resonance) กับคลื่นวิทยุ AM ในช่วงคลื่น 530 kHz และ 1600 kHz จะต้องเลือกตัวเก็บประจุที่แปรค่าได้มีความจุต่ำสุดและสูงสุดเป็นเท่าใด

10.19 วงจร LC มีความเหนี่ยวนำ 0.57 mH และมีความจุ 15 pF ตัวเก็บประจุถูกประจุด้วยแบตเตอรี 32 V เมื่อเอาแบตเตอรีออกตัวเก็บประจุจะคายประจุผ่านตัวเหนี่ยวนำ ถ้าไม่มีความต้านทานในวงจร ให้หา (ก) กระแสสูงสุดของการแกว่งกวัด (ข) ความถี่ของการแกว่งกวัด (ค) พลังงานสูงสุดที่สะสมอยู่ในสนามแม่เหล็กของตัวเหนี่ยวนำ
